

Методические отличия программ начальной школы по арифметике Пчелко А.С. и математике Моро М.И.

Общие вводные замечания:

Весь арифметический курс А.С. Пчёлко выстроен в ясной логической последовательности, материал методически соотнесён с особенностями восприятия каждого периода развития младших школьников. Следующие цитаты из сопутствующих курсу методических пособий являются прекрасной иллюстрацией всей дореформенной

природосообразной методики преподавания: «дети обладают острой восприимчивостью, свежестью памяти, любознательностью и способностью подражания. Первоначальные математические знания воспринимаются ими сравнительно легко, если в основу изучения положены знакомые им факты, если изложение конкретно, а **переход к абстрактному осторожен и постепенен**. Поступающему в первый класс понятно сложение 5 яблок и 3 яблок, но ещё далеко не всегда – сложение 5 и 3 единиц; однако каждый урок поднимает его на одну, **почти незаметную** ступень абстракции.

Искусство учителя в том, чтобы не предлагать детям ничего непосильного и непонятного; только опыт педагогического творчества и знание детской природы может подсказать учителю верный путь... общий же характер движения: медленно двигаться от конкретного к абстрактному, НЕ СПЕШИА (выделено в методичке) с абстракциями. На первых порах поэтому избегают определений и многих специальных терминов; даже названия членов арифметических действий (слагаемое, вычитаемое, множитель, частное и т.д.) программа предусматривает только в третьем году обучения. До этого урок насыщен преимущественно показом и примером учителя: он показывает, как нужно делать, ученики следуют за ним. Если они ошибаются, учитель поправляет их, **апеллируя не столько к «правилу», сколько к здравому смыслу**.

В математическом курсе Моро М.И. сложнее обнаружить логическую последовательность. Её «заслугой» является переименование арифметики в математику, то есть расширение курса младшей школы за счёт введения понятий равенств и неравенств, уравнений, отвлеченного анализа и сравнения задач (когда конкретное содержание задачи, правильный ответ не имеют большого значения – важно лишь классифицировать задачи по операционным признакам, типа «больше», «меньше», по ключевым словам для краткой записи, типа «было», «продал», «осталось», «сколько всего» и, исходя из этого, определить нужное действие, нужный знак). Такой уровень абстракции, отрыва от конкретного содержания задачи (происходит **полный** разрыв в работе продуктивного воображения и мышления ребёнка) не доступен восприятию младших школьников, о чём говорится в классической методике преподавания и что очевидно из опыта наблюдения над работой детей по этой методике (дети впадают в ступор от вопроса учителя «каким действием ты будешь решать задачу?»). Сознание ребёнка постоянно фокусируется на виртуальном двойнике конкретного содержания задачи – в «ключевых словах» и в чертежах-схемах. В этом возрасте ребёнок ещё не способен удерживать в сознании две реальности –

Изучение арифметики в 1-4 классах (как впрочем и далее) должно быть построено так, чтобы весь детский коллектив был втянут в непрерывную активную работу, а не пассивно слушал или созерцал то, что делает учитель или отвечающий у доски. Нельзя заставлять ребятшек длительно слушать изложение разных теоретических положений: школьник 7-10 лет особенно нуждается в движениях, деятельности – и притом разнообразной деятельности». Здесь под движением и деятельностью нужно подразумевать не физкультминутки, а реальную активную работу, практическую деятельность, прикладную арифметику (практические действия с конкретными предметами, измерения, взвешивания, разливания жидкостей по ёмкостям с последующим придумыванием различных задач из полученных результатов). «вот почему при изучении математики в первых четырёх классах нужно организовать учение так, чтобы ученику была обеспечена возможность непрерывного и разнообразного действия, активности, чтобы он писал, считал, вычислял на бумаге, в уме и на счётах, измерял, вычерчивал геометрические фигуры, вырезывал их из бумаги или изготовлял из другого материала... если так будет, то программный материал 1-4 классов будет доступным и посильным для детей...

В каждом новом вопросе дело обучения начальной математике должно начинаться с **чувственных восприятий известного содержания и с реальных и простых задач**. От восприятий – к представлениям, от представлений – к понятиям, суждениям и идеям. На каждой ступени обогащения интеллекта учащихся математическими знаниями необходимо, чтобы учащийся испытывал живые эмоции интереса и удовольствия как по поводу удовлетворения этого интереса, так и по поводу движения работы вперёд и преодоления её трудностей. Для соблюдения этого условия необходима, конечно, самая **широкая и свободная**, под осторожным и сдержанным руководством учащего, **САМОДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ**» (3, стр.5-7).

Итак, постараемся доказать на примерах, что программа

конкретную (жизненный сюжет задачи) и отвлечённую (ключевые слова и стрелочные схемы), эта способность развивается к 13 годам, а пока «или – или»). Этим искусственно навязанным затруднением легко объясняется очень медленный темп прохождения материала по учебникам Моро. Думать и выражаться естественным для ребенка языком не разрешено – он должен говорить «строго научно». Уже через полгода – год такого обучения дети и сами становятся не способны спонтанно думать и выражать свои мысли. Продуктивное воображение за ненужностью атрофируется, мышление без опоры на живое воображение гаснет, схематизируется, подчиняется заданным методикой алгоритмам. Этим легко объяснить всеобщее отвращение к математике, возникающее уже на первом году обучения по данной методике. Характерной особенностью данного курса является зацикленность на требовании постоянного доказательства, что задача – это задача. Поурочные планы предлагают решение любой задачи начинать вопросами: «это задача?» - «докажите!», дети из урока в урок на протяжении четырех лет должны твердить, что «да, это – задача, так как в ней есть условие и вопрос» или «нет, это – не задача, так как в ней нет вопроса» и формулировать вопрос. Психически здоровые дети, регулярно задачи решающие, всегда отличат задачу от примера или задания. Эта навязчивая настойчивость плохо объяснима с позиции элементарного здравого смысла. Доказывание очевидного и неоправданное усложнение простого приводит к смысловому отрыву от реальной действительности, замедляет темп обучения,

А.С. Пчёлко логична, понятна, природосообразна. Для непредвзятого читателя это сразу становится очевидным, так как предельно внятно обосновано в книгах по методике преподавания.

наскучивает детям.

К нашим вводным обобщенным рассуждениям добавим, что алгебраический материал вводится тогда, когда у детей еще не сформированы элементарные арифметические навыки. Это тоже ставится Марии Игнатьевне в заслугу как расширение курса младшей школы. Сомнительно, является ли это благом для детского развития, так как в жертву приносится ясность, логичность и целостность мышления, четкость понимания различия между такими математическими дисциплинами, как арифметика, алгебра и геометрия.

Ниже приведены более конкретные примеры из поурочных планов к учебникам Моро М.И. Они наглядно демонстрируют целенаправленно заданную степень отвлеченности от конкретного содержания задач, отсутствие чётко выверенного логического построения материала, как всего курса математики в целом, так и внутри каждого конкретного урока, его фрагментарный, клиповый характер, не позволяющий сознанию ребёнка глубоко сконцентрироваться на новом материале, выделить и уяснить главное.

Конкретные примеры из методичек, поурочных разработок и учебников:

Первоначальное знакомство с умножением и делением.

(А.С. Пчёлко в 3-ей четверти **1-го** класса, М.И. Моро в конце **2-го** класса)

почему первоначальное знакомство с умножением и делением вводится при изучении второго десятка (следование концентрическому принципу преподавания – 5 концентров): «курс начальной арифметики изучается по ступеням, концентрически. 1-ый концентр составляют счет, сложение и вычитание в пределах 10-ти; 2-ой концентр – нумерация и четыре арифметические действия в пределах 20-ти; 3-ий концентр – нумерация и четыре действия в пределах 100; 4-ый концентр – нумерация и четыре действия в пределах 1000-ти; 5-ый концентр – нумерация и четыре действия над числами любой величины. При таком расположении арифметического материала понятия, даваемые учащимся в каждом концентре, имеют ту степень отвлеченности и общности, которая соответствует умственному развитию учащихся. При этом каждый концентр, давая учащимся новые знания, охватывает вместе с тем все предыдущие ступени. Благодаря этому ученик возвращается к одному и тому же понятию неоднократно и овладевает им сознательно и прочно». (1, стр. 9)

Первоначальное знакомство с умножением вводится в конце изучения первой сотни. Целесообразность этого не обоснована. Введение умножения не имеет систематического характера, не подготавливается никакими упражнениями. Работа начинается внезапно, с задачи, где нужно 5×9 : «В доме 9 этажей, на каждом по 5 балконов. Сколько всего балконов в доме?»

-как записать решение задачи?

$$5+5+5+5+5+5+5+5+5=45$$

-данную сумму можно записать короче:

$$5 \times 9 = 45$$

-такое действие называется умножением, а знак « \times » - знак умножения.

Сразу же вводится терминология.

На третьем уроке также без всякой практической подготовки даются примеры:

$$2 \times 5; 4 \times 3; 1 \times 4; 0 \times 3; 0 \times 2; 5 \times 4$$

То есть вводятся сложные для ребёнка случаи умножения на единицу и ноль без образного представления самого действия.

На четвёртом уроке от детей требуют уже выражаться абстрактным языком (без образного представления конкретных действий над предметами, которые выражены этими числовыми отношениями):

На доске записано несколько произведений, например:

$$5 \times 8 \quad 9 \times 2 \quad 3 \times 6 \quad 4 \times 7 \quad 7 \times 4$$

-прочитайте записанные выражения
-объясните роль (!) каждого числа в записях. Какое число берётся и сколько раз в каждом выражении?
-найдите значения выражений, заменив умножение сложением.
Далее учащиеся записывают под диктовку учителя различные произведения.

На шестом уроке вдруг возвращаются к умножению на 1 и на 0, называя это «особыми случаями умножения» и записывают это в виде правила в общем виде:
 $1 \times A = A$ $0 \times A = 0$

С позиций классической методики это – антипедагогический абсурд, полное игнорирование наглядно-образного и предметно-деятельного характера мышления младшего школьника. Самое интересное то, что только через 26 уроков подобной хаотичной работы начинают составлять таблицу умножения 2-х и на 2, 3-х и на 3. На этом заканчивается программа второго класса.

почему знакомство с умножением целесообразнее вести отдельно от деления: «недостаток совместного изучения умножения и деления заключается в том, что при одновременном изучении двух действий ученик ставится перед необходимостью преодолеть сразу несколько трудностей и арифметического и лексического порядка: каждое из этих действий имеет свое обозначение, свою терминологию, свой арифметический смысл и содержание. Одновременное усвоение всего этого создаёт большую нагрузку для ученика в ущерб ясности понимания изучаемого. Сложность работы усиливается ещё тем, что умножение и деление связаны не только между собой, но и каждое из них связано еще и с другим действием: умножение – со сложением, деление – с вычитанием. Такая многосторонность связей делает изучение этих действий более сложным и трудным, чем изучение первых двух действий – сложения и вычитания. И если мы допускаем совместное изучение

Знакомство с умножением происходит в странной последовательности: 26 уроков решают бессистемные, взятые с потолка примеры и задачи на умножение, причем начинают с задачки, где нужно сразу умножить 9 на 5, дают всю терминологию, требуют говорить терминами, вводят переместительный закон умножения и только через 26 уроков начинают составлять таблицу умножения 2-х и на 2.

Деление вводится практически сразу же после первого еще очень туманного представления об умножении, до начала изучения таблицы умножения (!). Чрезвычайно странным кажется то, что таблица деления на 2 появляется в середине этой бессистемной

<p>сложения и вычитания, то такой порядок мало пригоден для более трудных действий – умножения и деления. При раздельном прохождении умножения и деления внимание учащихся на определенном отрезке времени сосредотачивается только на одном действии; круг изучаемых вопросов становится уже, что дает учащемуся вникать в них глубже. Получается возможность сильнее подчеркнуть связь умножения со сложением, вычитания с делением. Связь же умножения с делением будет установлена, подчеркнута и использована при последующем изучении деления (2, стр.174-175).</p>	<p>работы над умножением за 11 уроков до таблицы умножения на 2. Сразу же вводится вся терминология – «делимое», «делитель», «частное». Неуместным и несвоевременным является то, что на втором же уроке знакомства с делением начинают «пропедевтику темы «деление с остатком»: дают задачку, где нужно 15 разделить на 7 (4, стр.255). Все это рассеивает ребенка, мешает формированию в создании глубоких, ясных и системных представлений об этих арифметических действиях. Если такое совместное изучение умножения и деления попытаться объяснить тем, что этим устанавливается более тесная связь между этими двумя действиями, то хочется заметить, что опять же это делается на том уровне абстрагирования от конкретных действий, что остаётся ребёнку малопонятным. Работа идёт на чисто теоретическом уровне – после рассматривания равенств дети подводятся к следующему выводу: <i>Если значение произведения разделить на первый множитель, получится второй множитель. Если значение произведения разделить на второй множитель, то получится первый множитель.</i> Это совершенно взрослый уровень рассуждений, который для младшего школьника остается пустой словесной оболочкой.</p>
<p>почему изучение таблицы по принципу постоянного множимого понятнее детям, чем по принципу постоянного множителя: «когда таблица строится по постоянному множимому, то между каждыми ее смежными строчками существует тесная связь: каждый последующий её случай опирается на предыдущий, является его естественным продолжением. Возьмём, например, часть таблицы –</p>	<p>В методике Моро не обращается внимания на различие множимого (конкретных предметов) и множителя (отвлеченного числа, указывающего на количество взятых предметов), так как на седьмом уроке хаотичного знакомства с умножением вводят</p>

умножение 4-х:

$$4 \times 1 =$$

$$4 \times 2 =$$

$$4 \times 3 =$$

$$4 \times 4 =$$

$$4 \times 5 =$$

Составляя эту часть таблицы, учащиеся сначала возьмут 2 раза по 4 и получат 8. Дальше, когда учащиеся перейдут к набиранию трёх четвёрок (4×3), то им не нужно начинать процесс набирания четвёрок с самого начала, достаточно к восьми прибавить третью четвёрку, получится 12.

Чтобы набрать 4 четвёрки, можно воспользоваться тем, что произведение 4×2 нам известно: сложив два таких произведения, получим искомое произведение. Всё это облегчает процесс набора слагаемых, их группировку и делает приёмы вычисления экономными.

Теперь рассмотрим второй способ построения таблицы (по постоянному множителю):

$$1 \times 4 =$$

$$2 \times 4 =$$

$$3 \times 4 =$$

$$4 \times 4 =$$

$$5 \times 4 =$$

Набираем 4 двойки, получается 8. дальше надо набирать 4 тройки. Набор надо начинать сначала, т.к. этот случай никакого отношения к предыдущему не имеет. Чтобы умножить 4 на 4, опять надо начинать заново, и т.д.

Таким образом, при втором способе между предыдущим и последующим случаем умножения нет ничего общего. Добавим еще, что при этом способе выгода замены сложения умножением малоубедительна для учащихся. Когда составляется таблица по первому способу, легко показать всю целесообразность перехода от сложения к умножению:

В самом деле, $2+2+2$ лучше заменить записью 2×3

$2+2+2+2$ лучше заменить записью 2×4

$2+2+2+2+2$ лучше заменить записью 2×5 и т.д.

Это же трудно показать в таблице, составляемой по второму способу, где сначала все числа первого десятка умножаются только на 2.

(1, стр.186-188)

термины «множитель», «множитель», «произведение».
(4, стр.239).

В конце учебного года после 26-ти уроков фрагментарного, случайного применения действия умножения, начинается одновременное изучение табличных случаев умножения 2-х и на 2, 3-х и на 3.

почему не нужно вводить переместительный закон умножения с первых уроков: «переместительное свойство умножения не так просто и очевидно, как переместительное свойство сложения. Поэтому при объяснении каждого табличного случая в пределах 20-ти не следует опираться на перемещение сомножителей. Примеры 3×4 и 4×3 рассматриваются сначала как самостоятельные и независимые друг от друга; в первом случае дети должны уметь набрать 4 тройки, а во втором 3 четвёрки, чтобы получить одно и то же произведение 12» (1, стр.186)

То есть здесь ставится чёткая задача, чтобы у ребёнка сформировалось ясное представление о том, что «множимое» - это конкретные предметы, которые берутся несколько раз, а «множитель» - это отвлеченное число, выражающее только то, сколько раз эти предметы берутся, причём терминов этих дети не услышат до третьего класса, но будут иметь самое ясное об этом представление, чётко сформированное понятие. Это особенно важно при решении задач, когда нужно, например, пришить по 3 пуговицы к пяти рубашкам и необходимо представлять, что мы будем брать несколько раз? – по 3 пуговицы 5 раз или по 5 рубашек 3 раза? То есть, будем ли мы умножать 3 на 5 или 5 на 3? При следовании классической методике уже через несколько уроков дети чётко выберут $3 \times 5 = 15$.

Таким образом, детское сознание не будет перегружено ненужными на этом этапе терминами, типа «множителей» и «произведений», но у ребенка будет формироваться конкретное живое представление о самом действии, что и требуется от первоклассника.

Переместительный закон умножения вводится на десятом уроке. Еще нет системы, произошло только поверхностное, фрагментарное и чисто теоретическое знакомство с действием, и его терминологией. На нескольких уроках безо всякой последовательности порешали примеры на умножение и даётся закон. Решается задача, делается вывод, читают правило переместительного закона в учебнике: *«от перестановки множителей значение произведения не меняется»*. Закрепляющих заданий на уроке не даётся.

Через 26 уроков после первого знакомства с умножением ($5 \times 9 = 45$) и последующей бессистемной и чисто теоретической работой на протяжении 25 уроков, типа:

Учащиеся составляют выражения по таблице и находят их значения. Например: первый множитель – два, второй множитель – шесть, значение произведения – 12 (4, стр.242)

наконец-то, дается табличное умножение 2-х и сразу на 2, с применением переместительного закона, затем 3-х и на 3. **На этом заканчивается программа второго класса.**

Опять же здесь довлеет взрослая логика – объяснение нового от общего к частному, схоластические теоретические объяснения, что отнимает у ребенка возможность сформировать ясное понимание об умножении, его значении, практическом применении, он будет только помнить, что можно числа поменять местами и от этого не изменится результат.

<p>почему после изучения всех случаев таблицы умножения по постоянному множимому (вкл. 6, 7, 8, 9 и 10) в пределах второго десятка нужно повторить таблицу, перегруппировав её по принципу постоянного множителя: «когда таблица умножения по постоянному множимому будет усвоена, нужно перегруппировать элементы таблицы, расположить её по постоянному множителю и снова повторить. К этому времени конкретный смысл умножения для детей должен быть ясен» (1, стр.191-192)</p>	<p>В данной методике необходимости в этом нет, так как все дается сразу и в смешанном виде. Задача уяснить конкретный смысл умножения не ставится, основной упор делается на выработке у учащихся терминологической лексики, например: <i>детям предлагается рассмотреть равенства в учебнике и объяснить, почему верны записанные равенства?</i> -потому что от перестановки множителей значение произведения не меняется (4, стр.250)</p> <p>Никакой конкретной реальности за этими формулировками у детей не стоит.</p>
<p>почему на первоначальном этапе необходимо работать с конкретными образами (группами предметов), поясняющих смысл умножения: вся работа выстроена так, что каждый конкретный случай умножения дети выводят сами, работая с различным счетным материалом (кубиками, палочками, тетрадами, карандашами, живыми учениками, счётами, разливают стаканы воды в литровые ёмкости и т.д., причем требуется максимально разнообразить счётный материал, чтобы у детей не сложилось одностороннего представления об этом арифметическом действии). Когда все случаи умножения 2-х выведены самими детьми, они составляют таблицу, заучивают её, решают множество примеров и задач на данное действие, такая же предельно конкретная работа ведётся со всеми последующими числами: «в пределе второго десятка сложение равных слагаемых рассматривается как новое действие УМНОЖЕНИЯ со своим знаком и особой терминологией. Здесь дается первоначальное понятие об этом действии, выясняется его конкретный смысл. Даются конкретные ОБРАЗЫ, поясняющие смысл умножения. Учащиеся фактически берут по несколько раз определённые группы предметов» (1, стр.186)</p>	<p>Единственный раз работа со счётным материалом (разрезными кружками) вводится на уроке по составлению таблицы деления на 2, которая по странной логике предшествует изучению таблицы умножения на 2.</p> <p>На 26 уроке, когда начинают составлять таблицу умножения на 2, уже просто выводят умножение из примеров на сложение, записанных учителем на доске, никакой практической деятельности больше не предлагается.</p> <p>Зато для закрепления умножения и деления предлагается такое задание: «найдите значение произведения: $k \times 10$, если: $k=1$ $k=3$ $k=5$ $k=8$ $k=10$ найдите значение частного $k : 10$, если $k=70$ $k=90$</p>

<p>об осторожном и поэтапном введении специальной терминологии: «термин <i>«умножить на столько-то»</i> заменяется на этой ступени обучения более понятным для детей и образным термином <i>«взять по столько-то»</i>. Запись умножения $4 \times 5 = 20$ дети в первом классе читают так: <i>«По 4 взять 5 раз, получится 20»</i>» (1, стр.186).</p> <p>Не существенные отличия находим в другой рекомендации, но принцип всё тот же – большая осторожность, чуткость к детскому восприятию: «когда таблица умножения по постоянному множимому будет усвоена, полезно перегруппировать элементы таблицы, расположив её по постоянному множителю и снова повторить... к этому времени конкретный смысл умножения для детей должен быть ясен. Теперь уже можно ввести в терминологию <u>некоторые условности</u>, которые сближают математическую речь учащихся с установившимся общепринятым языком в арифметике и помогают усвоению таблицы умножения наизусть. <u>Речь идёт о допущении терминов «умножить» и «умножение».</u> <i>«Будем решать примеры на умножение».</i> <i>«Запишите пример: 3 умножить на 5».</i> Такие фразы нужно признать <u>допустимыми</u> в речи учителя и учеников; ими вполне можно пользоваться наряду с фразами: <i>«По 3 взять 5 раз»</i> и <i>«3 повторить 5 раз»</i>, <i>«будем решать примеры, в которых числа будем брать несколько раз»</i>, и т.д.» (2, стр.181). Очень бережно и постепенно ребенок от предельно конкретного образа встает на первую ступенечку абстракции, отвлеченности, какими являются для него термины «умножить» и «умножение».</p> <p>Далее мы видим тот же педагогический подход при изучении деления: «язык учащихся при изучении деления на первых порах должен быть свободен от тех условностей, которые приняты в установленной для деления терминологии. Пример $18:2 = 9$ обычно читается так: <i>«восемнадцать разделить на два, получится девять»</i>. В этой фразе много условного: во первых, в словах <i>«разделить на 2»</i> обобщены два вида деления; на этой же стадии изучения деления учащиеся знакомятся только с делением на равные части; во-вторых, условна фраза: <i>«получится девять»</i>, в действительности при делении на</p>	<p>$k=100$» (4, стр.293)</p> <p>Данная методика настаивает на прямо противоположном подходе: все термины не только вводятся прежде, чем детским сознанием уяснится смысл арифметического действия и отработаются хотя бы минимальные навыки счёта, но более того, проговаривать свои действия при решении примеров дети должны сразу отвлеченными, обобщёнными фразами, типа:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. «учащиеся составляют выражения по таблице и находят их значения. Например: первый множитель – два, второй множитель – шесть, значение произведения – двенадцать» (4, стр.242) 2. «вычислите результаты. -чем похожи и чем отличаются полученные произведения? -что означает число 6 в первом произведении? Во втором? -что означает число 4 в первом произведении? Во втором?» (4, стр.243) – это все примеры из 7-го урока на умножение. <p>Если бы целью автора методики было - не навести наукообразного тумана в головы детей, заставить их говорить несвойственным для них языком, а сделать математическую работу максимально лёгкой и понятной для них, отработать навыки, то вышеприведенные задания звучали бы так:</p> <p>1. Ученики придумывают примеры по таблице и решают их. Например: по 2 берём 6 раз будет 12 (или $2 \times 6 = 12$).</p> <p>Как мы видим, суть действий ребёнка та же, но насколько такой язык ближе и роднее ему, всё сразу понятно, не нужно отвлекать интеллектуальную энергию от главного – придёт время и ребенок, чётко понимающий суть действия, легко примет, что есть множимые, множители, есть произведения, и не нужно</p>
---	--

две части получается в каждой части по девяти. Освобождая учащихся от этих условностей, которые будут введены позже, нужно требовать, чтобы они на первых порах пример $18:2=9$ читали так: *«восемнадцать разделить на две равные части, получится по девять»*» (1, стр.194)

Или вот пример, не касающийся конкретно нашей темы умножения и деления, но иллюстрирующий мудрый педагогический подход. Здесь речь идёт о методике работы над задачами:

«Составление «своих» задач. Решение некоторых задач полезно заканчивать составлением аналогичных («похожих») задач самими учащимися.

Работа над придумыванием своей задачи по образцу только что решённой заставит учащихся глубже сосредоточиться на данном типе задач, уяснить зависимость между величинами, ещё раз продумать способ её решения» (1, стр.111)

Ребёнку гораздо легче «придумать похожую» задачу, чем «составить аналогичную». Нужно или совсем не иметь опыта общения с детьми или быть совершенно отстранённым от них, чтобы не чувствовать этой огромной разницы.

Ещё некоторые примеры из высказываний известных методистов арифметики по этому поводу:

-«В начале зарождения методики арифметики усвоение правил и определений считалось главной целью, основным содержанием и лучшим средством для изучения арифметики. Правила и определения безраздельно господствовали в процессе обучения. Всё совершалось по правилам: и действия и решение задач; без правил нельзя было шагу ступить. Вся дальнейшая история развития методики арифметики есть история развенчивания правил как главного средства усвоения арифметики, как исходного начала в работе, постепенное отеснение правил и перенесение их в конец работы по изучению того или иного вопроса» (5, стр.96) – зачем же сегодня наших детей возвращают в эпоху зарождения методики арифметики?

-«в самом деле, что было у истоков развития методики, т.е. в конце XVIII

будет это проговаривать при решении каждого примера, что в разы замедляет темп работы. Ведь ум тренируется именно при живом счете, а не при «терминологии» без понимания того, что говоришь.

2. При природосообразном подходе второе задание вообще теряет всякий смысл, так как оно предназначено только для того, чтобы ребёнок проговорил увиденный пример в терминах, а не решил его. А так же убедился в переместительном законе умножения, которое на данном этапе ему преждевременно.

С первого дня обучение (это касается не только умножения) автор формулирует задания таким образом, чтобы дети не *«решали примеры»*, а *«находили значение выражений»*, опять та же беда: суть арифметического действия не меняется, но насколько эта формулировка далека от детского восприятия, чужда ему.

Ещё несколько примеров языка, которым сформулированы задания в учебнике, и на котором должен говорить учитель в ходе урока (**а так же их перевод на язык понятный младшим школьникам**):

- «*сгруппируйте числа нужным образом и найдите значения этих выражений*» (4, стр.251) – **«поменяйте числа местами так, чтобы было легче решить и решите»**
- «*значение данного выражения равно 8, а значения остальных выражений равны 12*» (4, стр.252) – **«в первом примере ответ 8, а в остальных 12»**
- «*вывод: если значение произведения разделить на первый множитель, получится второй множитель. Если значение произведения разделить на второй множитель, получится первый множитель*» (4, стр.272) – это вообще не имеет смысла переводить, так как главное, чтобы при разнообразной и множественной работе над примерами

века? – догматическая форма передачи знаний учащемуся, усвоение знаний по учебнику или со слов учителя, исключительно памятью, отсутствие ориентировки на психологию ученика. В результате элементарные правила приобретались ценой огромных усилий со стороны ученика... что стало в методике арифметики в конце рассмотренного нами периода? Более широкая постановка задач и целей обучения арифметике... ориентировка при построении курса и методов преподавания на психологию ребёнка, на особенности его восприятия» (5, стр.98)

-«ученик, не обладая ещё вполне общими приёмами мышления человека развитого, быстро охватывающего и постигающего абстрактную мысль, может мыслить только обыкновенным, естественным, свойственным развивающемуся уму путём. Из наблюдений частных фактов он слагает общее заключение – вывод, а в математике вывод, если только он сделан правильно, становится уже независимым от частных фактов, переходит в область теоретическую» (5, стр.103)

-«Создание в уме учащегося того или другого общего понятия, понимание ребёнком свойств различных чисел и действий нужно строго различать от словесного выражения (определения) соответствующих понятий, правил и прочее. Понятие об умножении, как об особом арифметическом действии, отличном от сложения и вычитания, возникает в сознании учащегося сравнительно скоро и легко, но ещё долго после возникновения этого понятия ученик не будет в состоянии дать правильного с логической точки зрения определения умножения... никакие словесные определения, как бы точно они ни были построены, не создадут понятия, для выработки которого необходимы наблюдения... определение представляет собой словесное выражение результатов, добытых сознанием при процессе обобщения. Ввиду изложенного не следует спешить с определениями, правилами производства действий и прочее. Если ученик правильно применяет арифметическое действие при решении задачи, то это обстоятельство (а не знание определения) доказывает, что понятие о данном действии для него ясно. От ученика, верно и сознательно производящего действие, незачем требовать правила производства этого действия. Поэтому всякие определения и правила должны быть отодвинуты к самому концу курса начальной школы» (5, стр.110-111).

и задачами к ребёнку пришло ясное понимание этого закона. А заучивание неосмысленной формулировки только перегружает детское сознание и вызывает отвращение к предмету.

-«найти значения частных, опираясь на соответствующее произведение. Работа в парах» (4, 292) – это тоже нужно просто демонстрировать на конкретном примере и давать детям аналогичные примеры для решения, но не требовать от них подобной наукообразной риторики.

И последний пример методической рекомендации, как верх педагогического невежества:

-«проверьте верность равенств и неравенств.

Предварительно учитель сообщает о том, что если в выражении есть действия умножения и деления, то они выполняются в том порядке, в котором записаны; если в выражении есть действия умножения и сложения (деления и сложения), умножения и вычитания (деления и вычитания), то сначала выполняется умножение или деление, а потом сложение или вычитание» (4, стр.296) – неужели, действительно, взрослый может надеяться на то, что ребенок, делающий самые первые шаги в арифметике, умножающий еще только на 2 и на 3, способен понять и усвоить эту рекомендацию, а тем более применять её при решении примеров?! Настоящее глубинное постижение этой инструкции - это кропотливая работа не одного месяца, путь от простых примеров ко всё более усложняющимся, естественное постижение этих арифметических законов. И только потом возможны некоторые осторожные обобщения, выводы, причём не сваленные в одну кучу, как в данной рекомендации, а выведенные по отдельности из конкретных

<p>И последнее, самое яркое и убедительное доказательство: -«Увлекаясь формальной стороной арифметики, некоторые преподаватели стараются курсу начальной арифметики придать <u>характер строго обоснованного научного курса</u>. Ученикам младшего возраста приходится усваивать строго логические, чисто умозрительные доказательства арифметических истин, совершенно недоступные детскому уму. Понятно, что при этом весь ход доказательств усваивается механически, заучивается на память без надлежащего понимания, как в прежние времена заучивались всякие определения и правила. <u>Умственные силы учащихся при таком обучении не только не развиваются, но, наоборот, притупляются, всякий интерес к предмету заглушается массой непонятных и ненужных отвлечённостей</u>. А между тем, на решение задач, на применение арифметических познаний к вопросам практической жизни остаётся времени мало, и материальная цель обучения остаётся невыполненной» (5, стр.112) – трудно поверить, что эта живая картина ВСЕОБЩЕЙ беды нашего современного математического образования вышла из-под пера автора XIX века.</p>	<p>отработанных навыков.</p> <p>В заключение данного параграфа приходится сделать печальный вывод о том, что данный методический подход неизбежно делает из учителя «человека в футляре», который способен только вещать на своей волне, не заботясь о том, как это будет воспринято и усвоено детским сознанием, не способного видеть ход живой мысли ребёнка, убивающего в ребёнке саму прирождённую способность живо и непосредственно мыслить, а значит и говорить. Одна надежда на то, что наши учителя ещё способны чувствовать живое и не следовать этим антипедагогическим рекомендациям.</p>
<p>Как начинать знакомство с делением: «на первых ступенях обучения необходимо различать два вида деления: деление на равные части, когда по произведению и множителю надо найти множимое, и деление по содержанию, когда по произведению и множимому надо найти множитель. Этим двум видам деления соответствуют разные задачи. Возьмём задачу: <i>«За 2 одинаковых карандаша заплатили 16 копеек. Сколько стоит один карандаш?»</i>. Чтобы решить эту задачу, нужно 16 разделить на две равные части. В этой задаче мы имеем дело с делением на равные части.</p> <p>Возьмём другую задачу: <i>«Один карандаш стоит 8 копеек. Сколько карандашей можно купить на 16 копеек?»</i>. Эта задача тоже решается делением, но здесь деление имеет другой смысл: деля 16 на 8, мы узнаём, сколько раз 8 содержится в 16-ти. Деление вытекает здесь из следующего рассуждения: «если один карандаш стоит 8 коп., то на 16 копеек можно купить столько карандашей, сколько раз 8 копеек содержится в 16-ти копейках. Сколько же раз 8 содержится в 16? Этот вопрос решается</p>	<p>Ни о каких двух видах деления речи не идёт, точно так же, как нет различения множимого и множителя. Подход тот же, что и при умножении. Некоторые характерные особенности уже были отмечены выше. Повторим главные и дадим несколько конкретных примеров.</p> <p>Умножение и деление не следуют одно за другим, а даются параллельно, даже с некоторым опережением деления. Это опережение заключается в том, что от первого знакомства с действием и термином «умножение» до начала составления и изучения таблицы умножения проходит 26 уроков, а от первого знакомства с действием и термином «деление» до составления таблицы деления на 2 проходит 4 урока.</p>

делением.

Этим двум задачам на деление соответствуют разные образы, различные схемы рассуждения. Ученик должен хорошо овладеть каждым видом деления в отдельности, чтобы потом у него сформировалось единое понятие деления.

При разрешении вопроса, в какой последовательности знакомить учащихся с этими видами деления, нужно учесть следующее. Деление на равные части знакомо ребёнку из его жизненного дошкольного опыта; деление по содержанию ребёнку незнакомо. Дидактика же требует, чтобы при обучении всегда исходили из известного, знакомого. Деление на равные части понятнее для учащегося; смысл деления по содержанию труднее воспринимается детьми... таким образом, целесообразнее начинать изучение деления с деления на равные части; первоначальное же ознакомление с делением по содержанию нужно давать значительно позже» (1, стр.193-194)

Нет возможности обосновать цитатами из классических методик необходимость начинать систематическое изучение деления после систематического изучения умножения, но никак не прежде. Никому раньше такой абсурд не приходил в голову. Поэтому остаётся только обратиться к здравому смыслу педагогов и родителей и надеяться на то, что они разделят нашу точку зрения, что методика Моро, дающая детям первый пример табличного деления до начала изучения таблицы умножения, выглядит, по меньшей мере, странно и необоснованно.

В классической методике логика проста и понятна: после практического (на разнообразном счётном материале) изучения последовательно всех случаев табличного умножения по принципу постоянного множимого в пределах 20 с тщательной отработкой навыков, множественными примерами и задачами, после перегруппировки по принципу постоянного множителя и серьёзного повторения всей таблицы приступают

Составление таблицы умножения на 2 начинается только через 11 уроков после этого (4, стр.319). Логика данного подхода не ясна и не объясняется.

Начинается знакомство с практической работы, трём детям раздают 12 тетрадей поровну и двум детям 10 карандашей поровну, то есть опять произвольный и непонятный выбор примеров, почему именно 12:3 и 10:2?

На втором уроке детям снова предлагают делить 12 на 3, 12 на 4, 12 на 3, 12 на 2 и 12 на 6, а после физкультминутки дают задачу на деление с остатком, где нужно 15 разделить на 7. Это называется «пропедевтика деления с остатком».

На третьем уроке снова делят 10 на 2 (как на первом), схематично раскладывая апельсины по тарелкам.

На четвёртом составляют таблицу деления на 2, используя разрезные кружки и записывая результаты в

к такому же систематическому и последовательному изучению деления: сначала деление на 2-е равных части чисел 2, 4, 6, 8, 10 – решают примеры и задачи, на следующем уроке - на 2 чисел 12, 14, 16, 18, 20, снова примеры и задачи. Всему сопутствует объяснение действия на классных наглядных пособиях и работа с индивидуальными пособиями (счётным материалом). Потом приступают к делению на 3 равные части по тому же принципу максимальной наглядности и конкретности. Затем на 4, на 5, на 6, на 7, 8, 9, 10. Много устного счёта, разнообразных задач. Идёт мощная отработка и закрепление вычислительных навыков. Уроки проходят очень живо, динамично, без запинания о термины и формальные правила, без отвлечения на то, что не связанную с главным действием. Здесь настоящий мозговой штурм, настоящее погружение в изучаемый предмет.

Затем проводят 5 уроков на повторение всех четырёх арифметических действий в пределах 20 и приступают к изучению следующего большого и значимого концентра – ПЕРВОЙ СОТНИ, где уже на новом уровне сложности дети будут работать над сложением, вычитанием, умножением и делением.

тетради, пока не появится вся таблица.

(хочется заметить, что работа урока по основной теме «деление» ограничивается именно теми примерами и задачами, о которых мы говорим. Никакой дополнительной: подготовительной или закрепляющей работы не ведётся. Остальное время занимаются совершенно другой работой, не связанной с делением).

На пятом уроке снова делим 10 на 2 (как на первом и третьем, видимо это любимый пример составителя «планов»), потом почему-то 9 на 3 и 8 на 4. Никакой работы по закреплению составленной таблицы деления на 2 не предлагается, о ней никто не вспоминает. Зато даются термины «делимое», «делитель», «частное». И следом же «при выполнении задания 1 (с.54 учебника, часть вторая), отрабатывается знание новых терминов. Задание выполняется фронтально, названия компонентов деления учащиеся проговаривают хором (!)» (4, стр.264)

На шестом уроке про деление совсем не вспоминают, занимаются сложением и умножением, **на седьмом** решают 2 задачи и выражения на деление.

На восьмом проверочная работа, где наряду с другими заданиями детям нужно решить задачи действием 10:5 и 8:4.

На девятом устанавливают связь между делением и умножением, где учащиеся **должны сделать выводы:** «если значение произведения разделить на первый множитель, получится второй множитель. Если значение произведения разделить на второй множитель, получится первый множитель» (4, стр. 272)

Затем ещё 5 подобных непоследовательных уроков и начинается составление и изучение таблицы умножения на 2.

	<p>Мы намеренно привели подробное описание уроков в надежде найти в них хоть какие-то следы методичного продуманного подхода к обучению, хоть какие-то осколки стройной системы...</p>
<p>Особенности построения урока в классической методике: каждый урок состоит из логически связанного между собой материала, нет ничего случайного, что бы не имело отношения к изучаемой теме, отвлекало бы от главного. Начинается работа, как правило, с устных упражнений, подготавливающих к восприятию нового материала (например, прямой и обратный счёт тройками перед изучением умножения трёх, примеры на присчитывание трёх), затем предлагается различная практическая работа (наглядно-образная и предметно-деятельностная), ведущая к самостоятельному выведению всех случаев умножения данного числа, и на доске и в тетрадях учениками записываются все добытые результаты в длинной форме (сложением) и в короткой форме (умножением), что даёт возможность практического, опытного убеждения во взаимной связи между этими двумя действиями, в целесообразности краткой формы записи, т.е. умножения. Затем ведется работа по закреплению добытых и прочувствованных опытно закономерностей в виде примеров и задач, также имеющих самое непосредственное отношение к изучаемому материалу. Таким образом, ребенок получает очень конкретное и глубокое понимание совершаемых действий, вся работа происходит в пределах, доступных его восприятию, предельная конкретность позволяет ему интуитивно чувствовать смысл и значимость работы, он не нуждается в заигрывающих, якобы возбуждающих интерес вопросах-инъекциях, типа: «для чего нужны эти знания?», «как это вам пригодится?», «что бы вам хотелось узнать еще?»,</p>	<p>Урок обычно состоит из 5ти – 6ти не связанных между собою фрагментов. Вот примерный план урока (возможны различные комбинации из этих фрагментов):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. начинается почти каждый урок с «каллиграфической минутки», где прописывают цифры – (1-ый фрагмент) 2. затем, как правило, идёт устный счёт, так называемые цепочки», «заселение домиков», «подъём по лесенке», «угадывание соседа» и другие игрушки на сложение и вычитание 3. после этого письменно «находят значения выражений, верные и неверные равенства», разгадывают арифметические ребусы (т.е. примеры решают) – также на сложение и вычитание – (2-ой и 3-ий пункты как-то связаны между собой по цели, но внутренней логики не имеют – это хаотичные попытки отработки вычислительных навыков на сложение и вычитание, т.е. можно сказать, что это 2-ой фрагмент урока, при чём работа в третьем пункте носит гораздо более теоретический, абстрактный «терминологический» характер, второй же более практического прикладного характера) 4. в середине даётся новый материал чаще всего на чисто теоретическом уровне с правилами, определениями, терминологией. Иногда за ним следует одно-два задания из учебника на

«чему научил вас урок?» и т. п., которые задаются детям в конце каждого урока в методичках Моро.

Ещё на один важный момент хотелось бы обратить внимание. Он не лежит на поверхности, но являет собой дополнительный пример педагогической глубины и мудрости дореформенных методистов: каждый урок начинается с разнообразной наглядно-образной и предметно-деятельностной работы по освоению нового материала, затем на этапе, когда детьми усвоена внутренняя суть производимых с предметами действий, работа начинается вестись на следующем уровне сложности – более абстрактном, с числами без опоры на конкретные предметы: это - решение задач (где ещё есть мысленные образы конкретных предметов) и примеры, где уже происходит полное абстрагирование от конкретного счётного материала. Это и есть настоящее природосообразное формирование теоретического мышления. А в третьем классе дети, хорошо понимающие смыслы всех арифметических действий легко усвоят и следующую абстрактную ступень математического языка, сами осознанно и с удовольствием начнут говорить, используя необходимую терминологию (множители, произведения, делимые, делители, частные), но она уже будет полна для них конкретного смысла, за ней будет стоять ясно осознаваемая реальность.

закрепление (это **3-ий фрагмент**)

5. физкультминутка
6. после неё обычно решают задачи. Задачи этого фрагмента чаще всего не имеют связи с новым материалом. Они имеют цель в самих себе – анализ, классификация и т.д., процесс решения ради процесса решения, не для отработки и закрепления каких-то новых вычислительных навыков. Решение задач – это тема отдельного большого разбора, самая проблемная зона всей методики, на которой не будем здесь останавливаться (**4-ый фрагмент**)
7. работа с геометрическим материалом (**5-й фрагмент**). Шестым может добавляться что-нибудь ещё.
8. **итог урока** – рефлексия процесса, претендующая на выработку осмысленности работы на уроке. Вот некоторые примеры из этих итогов:

-«какую бы работу вам ещё хотелось выполнить?», - абсурдность очевидна, т.к. для ответа на этот вопрос нужны целостные знания о предмете и умелая ориентировка в нём.

-«какова ваша роль на уроке?» - в каком смысле? Лучший, худший, лидер, аутсайдер?

-«какие открытия сделали на уроке?»

-«с кем вы бы могли ими поделиться?»

-«чью работу вам хотелось бы отметить?»

-«чем важен сегодняшний урок для вас?»

-«что открыл для вас урок?»

-«что вас больше всего удивило?»

-«что вызвало затруднения?»

-«как вы думаете, почему это произошло?»

-«что помогло справиться с трудностями?»
-«кто доволен своей работой на уроке?»
-«каков ваш вклад в этот урок?»
-«что бы вам хотелось узнать еще?»
-«чем важны приобретённые сегодня знания?»
-«что бы вы изменили в уроке?»
-«какие задания хотели бы убрать из урока?»
-«что бы хотели сделать по-другому?»
-«что помогало вам на протяжении всего урока?»
-«понравилась ли вам ваша работа на уроке?»
-«какое задание вызвало наибольшее затруднение?»
-«как вы думаете, почему?»
-«что хотите сказать?»
-«оцените свою работу на уроке»

Обобщающий комментарий на природу этих вопросов: в них скрыт неосознанный страх учителя (методиста), что в глубине души ребенка живет протест против непонятого, чуждого его детской жизни. Эти заигрывающие с ребенком вопросы предназначены для того, чтобы убедить учащихся в целесообразности той бессмысленности, в которую их погружали весь урок. Все чувствуют, что дети не испытывают радости от обучения, и, работая на опережение, его самого пытаются заранее обвинить в этом, подведя к этому требованием «оцените свою работу на уроке».

Список литературы:

1. А.С.Пчёлко. Методика преподавания арифметики в начальной школе. Учпедгиз.1953
2. А.С.Пчёлко. Методика преподавания арифметики в начальной школе. Учпедгиз.1945

3. И.Н.Шевченко. Методика преподавания арифметики в 5-6 классах. Издательство Академии Педагогических наук РСФСР. 1961
4. С.В.Савинова, А.В.Савинов. Математика 2 класс. Поурочные планы по учебнику М.И.Моро, С.И.Волковой, М.А.Бантовой. Волгоград. «Учитель». 2006
5. А.С. Пчёлко. Хрестоматия по методике начальной арифметики. Учпедгиз. Москва. 1940