ОБ УЧЕБНИКАХ МАТЕМАТИКИ УМК «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» ДЛЯ 5–6 КЛАССОВ

Л.Г. Петерсон, д.п.н., профессор,
Институт системно-деятельностной педагогики (Москва),
e-mail: info@sch2000.ru;
Е.А. Седова, к.п.н., МПГУ,
e-mail: elena-sedova@yandex.ru

L.G. Peterson, Dr Sci (Pedagogy), Professor,
Institute for System-Activity Pedagogy (Moscow),
e-mail: info@sch2000.ru;
E.A. Sedova, PhD (Pedagogy), MPSU,
e-mail: elena-sedova@yandex.ru

Ключевые слова: УМК «Учусь учиться», учебник математики, содержание школьного математического образования в 5–6 классах, тематическое планирование, результаты обучения.

Keywords: training kit «Learning to learn», math textbook, content of school mathematics education in grades 5-6, thematic planning, learning outcomes.

Аннотация: Из статьи читатели узнают об истории создания и особенностях учебников математики для 5–6 классов (авторы Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон) УМК «Учусь учиться», которые входят в утверждённый Министерством просвещения федеральный перечень учебников.

Abstract: From the paper, readers will learn about the history of creation and the features of mathematics textbooks for grades 5–6 (by G.V. Dorofeev, L.G. Peterson) of the «Learning to Learn» training kits, which are included in the federal list of textbooks approved by the Ministry of Education.

Общая информация

Учебники для 5–6 классов УМК «Учусь учиться» издательства «БИНОМ. Лаборатория знаний» входят в утверждённый Министерством просвещения федеральный перечень учебников [1] и являются частью непрерывного курса математики «Учусь учиться» для дошкольников, начальной и основной школы 1–9 (с 3 до 15 лет).

Курс математики имеет **полное методическое обеспечение**: учебники – в печатной и электронной формах, методические рекомендации для учителей, программы и сценарии уроков, соответствующие требованиям ФГОС, самостоятельные и контрольные работы, эталоны «Построй свою математику», рабочие тетради, электронный комплексный мониторинг результатов обучения по предметным и метапредметным результатам ФГОС.

Педагогический инструментарий УМК «Учусь учиться» базируется на авторских технологиях деятельностного метода обучения, способствующих вовлечению учащихся в самостоятельную математическую деятельность[1]. Многолетняя апробация показала, что в результате применения нового метода обучения повышается мотивация учащихся к изучению математики, формируются навыки, востребованные в современной жизни (самоорганизация, креативность, трудолюбие, умение работать с текстом, коммуникативность и пр.), качество математического образования. О том, что они учились по системе Петерсон, заявили 56% победителей и призёров Всероссийской олимпиады «Курчатов» и 75% ребят, вошедших в национальную сборную России по математике [1].

[1] Подробнее с УМК «Учусь учиться» можно ознакомиться в разделе «Учебная литература» сайта: http://www.sch2000.ru/ и в *авторской мастерской Л.Г. Петерсон* по ссылке: http://lbz.ru/metodist/authors/matematika/6/

Из истории создания УМК «Учусь учиться»

Теоретической основой УМК «Учусь учиться» является концепция непрерывного гуманитарного математического образования (Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон) и дидактическая система деятельностного метода (Л.Г. Петерсон).

Первоначальный вариант концепции непрерывного математического образования на деятельностной основе разрабатывался, начиная с 1975 года, на базе НИИ Общей педагогической психологии АПН СССР (директор В.В. Давыдов), апробация проводилась на базе 91-й школы г. Москвы (Н.Я. Виленкин – *научный руководитель,* Л.Г. Петерсон, В.Ф. Пуркина и др.).

В 1994 году была создана Ассоциация «Школа 2000…» (президент – Г.В. Дорофеев, вице-президент – Л.Г. Петерсон) с целью реализации в УМК по математике «Учусь учиться» концепции гуманитаризации математического образования (Г.В. Дорофеев). Для ответа на вопрос «Как обучать?» был создан на основе системно-деятельностного подхода новый педагогический инструментарий – дидактическая система деятельностного метода обучения (Л.Г. Петерсон), учебники по математике нового поколения и сетевая система повышения квалификации педагогов (Инновационная методическая сеть «Учусь учиться»).

За время работы Ассоциации «Школа 2000…» учебники математики для 5–6 классов прошли апробацию в 168 школах из 58 регионов России. Учебники переведены на украинский и казахский языки. В 2003 году авторский коллектив получил Премию Президента РФ в области образования **за создание дидактической системы деятельностного метода для общеобразовательных учреждений и ее реализацию в непрерывном математическом образовании** (Указ № 1178 от 5 октября 2003 г.).

В настоящее время УМК «Учусь учиться» активно развивается в рамках работы НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (научный руководитель – Л.Г. Петерсон). Началось создание и апробация надпредметного курса «Мир деятельности», который дополняет УМК по математике «Учусь учиться», придавая формированию у учащихся мотивации, навыков XXI-го века и повышению на этой основе качества математического образования системный и неслучайный характер.

Особенности УМК «Учусь учиться»

Единая дидактическая, методическая и содержательная концепция позволяет реализовать преемственность ступеней общего образования, прежде всего, за счёт единства понятийного аппарата, подходов к изложению предметного содержания, преемственности содержания и методик, что сводит к минимуму риск переучивания, сопряжённого, как известно, со значительными усилиями со стороны и учителя, и ученика.

Однако решающую роль здесь играет, с одной стороны, превращение уроков математики в площадку для коммуникации учащихся, их открытий, совместного преодоления возникших затруднений и побед, что делает изучение математики для детей наполненным эмоциями и личностными смыслами, а потому интересным для них.

С другой стороны, важное значение имеет возможность более гибкого распределения во времени содержания изучаемого материала с учётом сенситивных периодов развития детей. *Опережающее* знакомство с простыми частными случаями того или иного понятия заметно удлиняет отрезок учебного времени, отводимого учебным планом на его усвоение, что существенно повышает эффективность обучения каждого ребёнка, понимаемую как приобретение учебных умений в соответствии с требованиями образовательного стандарта. Этим увеличивается вероятность захвата момента, когда дети к нему наиболее восприимчивы, и он им становится или продолжает быть интересным.

Так, например, изучение на предметной основе дробных чисел, их сравнения, сложения и вычитания отнесено к 4-му классу, когда учащиеся с интересом открывают новые правила действий с необычными числами. К 5-му классу этот интерес угасает, и освободившееся место в курсе «Учусь учиться» занимает открытие детьми логических правил, методов работы с текстами, доказательства и опровержения суждений, построение цепочек умозаключений, вывод новых интересных математических законов (например, связанных с аликвотными дробями).

Аналогично к концу начальной школы учащиеся, работающие по данной программе, прошли путь от самостоятельного вывода правил решения простых уравнений на все действия на основе графических моделей до их «автоматизированного» решения (то есть на уровне автоматизированного умственного действия) с комментированием, в ходе которого называются компоненты уравнения и выполняемые действия. Это позволило учащимся к 5 классу научиться решать с комменированием составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых, например:

$$60 + (500 : x - 16) \cdot 35 = 200.$$

Достигнутый уровень становится основой эффективного развития линии уравнений в 5–6 классах (решение уравнений методами перебора, проб и ошибок, «весов», переноса слагаемых и пр.), но и для отработки действий с числами на расширяющихся числовых множествах (обыкновенные и десятичные дроби, отрицательные числа).

Таким образом, запланированное *продление* срока изучения каждого понятия позволяет применять его в различных ситуациях – от промежуточного этапа решения более сложной математической задачи до решения проблем, возникающих в реальной жизни. В этом случае можно говорить также и о повышении осознанности и результативности обучения, то есть о приобретении умений высшего порядка, а именно умения применять полученные знания, включая формирование математической грамотности.

Особенности содержания курса математики для 5–6 классов

Логико-языковой контекст

Одной из основных особенностей курса математики для 5–6 классов УМК «Учусь учиться» является включение ряда вопросов, необходимых для воспитания культуры мышления и математической речи школьников. Это относится, в первую очередь, к логико-языковому контексту курса: лейтмотивом обучения математике в 5–6 классах является *перевод* описания наблюдаемых количественных или пространственных отношений с обычного языка на язык формул и символов и овладение логикой рассуждений на математическом языке, и именно в этой парадигме разворачиваются все содержательные линии курса.

Значимость логико-языковой подготовки учащихся ни у кого не вызывает сомнения, этот тезис общепризнан. Само слово логика происходит от древнегреческого «logos» (слово) и относится к языку и мышлению в их неразрывном единстве. Но овладение логикой считается как бы естественным следствием изучения математики. Попытки советской школы в 70-е гг. прошлого века ввести в курс математики в явном виде некоторые понятия логики, такие как высказывания, следование, равносильность и др., не имели успеха, так как логические понятия не связывались в сознании учащихся с другими разделами курса и языком, которым они оперируют в повседневной жизни, поэтому усваивались формально [4, с. 71].

В курсе математики «Учусь учиться» логико-языковые знания как бы «растворяются» в общем содержании, пронизывая изучение всех тем и всех разделов. Они вводятся порционно, чаще всего на внематематическом материале, обобщающем имеющийся у учащихся опыт, что повышает интерес учащихся к этим разделам. А после введения логико-языковые понятия систематически вплетаются в решение разнообразных заданий и доказательство теорем, выполняя служебную роль.

В качестве примера приведём задание из учебника 6 класса, которое предлагается с целью повторения содержания курса 5 класса.

6 класс, часть 1, № 167

Построй отрицания высказываний:

1) Число 1 – простое.

2) Сумма 38 · 15 + 27 кратна 9.

3) Квадрат натурального числа может быть меньше 1.

4) Все простые числа – нечётные.

5) Любое число отлично от своего квадрата.

Выполняя это задание, учащиеся актуализируют понятия простых и составных чисел, свойства делимости, признак делимости на 9, понятия натурального числа, квадрата числа, чётных и нечётных чисел. Но делают они это в условиях «переноса» знаний, применяя логические знания о видах высказываний, их отрицании и доказательстве, что, с одной стороны, позволяет глубже освоить математическое содержание, а с другой – включает в работу широкий арсенал логических средств, требует от школьников размышления, рассуждения, логического обоснования.

Важной составляющей логической подготовки учащихся, свидетельством их чёткого и организованного мышления является грамотный математический язык. Понимание синтаксиса математического языка, логических связей между предложениями распространяется и на естественный язык, и тем самым вносит весомый вклад в развитие мышления школьников. Поэтому многие недостатки в их математической подготовке связаны именно с недостаточностью языковой культуры.

Приведём пример. Известно, что у учащихся довольно часто встречаются ошибки, связанные с расширительным толкованием термина **математическое выражение**. По аналогии с фразеологическим выражением, которое может быть как словосочетанием, так и полным предложением, дети (разного возраста) относят к числовым выражениям, например, уравнения и неравенства: «Выражение в математике – это практически всё, с чем мы собственно и имеем дело в математике. Уравнения, дроби, примеры, формулы...» (Источник: http://www.bolshoyvopros.ru/questions/234004-chto-takoe-vyrazhenie-v-matematike-i-znachenie-vyrazhenija.html). Однако за этой внешне безобидной неточностью скрывается непонимание синтаксиса математического языка.

В УМК «Учусь учиться» работа над математическим языком проводится скрупулёзно и последовательно, и в качестве иллюстрации мы покажем способ формирования и дальнейшее развитие понятий *числовое* и *буквенное выражение*.

Прежде всего отметим, что эти словосочетания как математические термины не являются абсолютно новыми для пятиклассников – в начальных классах они уже введены в активный словарный запас, так что в 5 классе главная задача состоит в уточнении их смысла.

Как известно, выражения представляют собой конструкции из математических символов, если можно так выразиться, *осмысленные символосочетания* – аналоги *словосочетаний* в русском языке. С другой стороны – это строительный материал для развития математического языка и построения *высказываний*, или предложений. Поэтому для уточнения смысла понятия выражения вначале вводится понятие **математического алфавита,** включающего в себя цифры, буквы, скобки и знаки арифметических действий. **Математические выражения** трактуются как «слова» математического языка, *имеющие смысл* [2, с. 84].

В составлении **числовых выражений** участвуют только *числа*, *знаки действий* и *скобки*, а **буквенные выражения** дополнительно включают числа обозначены буквами. Теперь, зная, *куда смотреть*, дети без труда «раскидают по разным мешкам» различные символьные конструкции:

- числовые выражения: 267, $(38 + 422) \cdot 26$, $120 : 12$;
- буквенные выражения: $a - 5$, $b - (c - a)$, $(a + b) \cdot c$, $a \cdot 2$;
- **не** выражения: $1 + 2 = 3$, $a - 9 > 0$, (:(5–+)4.

Являясь привычным для ребёнка «предметом» математической мысли, выражение обладает понятными и вполне определёнными свойствами – это **значение числового выражения** и **значение буквенного выражения при данном значении буквы**.

Особое внимание в 5–6 классах уделяется грамотному чтению и записи выражений, переводу их с естественного (русского) языка на математический, и наоборот, например:

На русском языке	На математическом языке
Сумма всех двузначных чисел	$10 + 11 + 12 + {} + 13 + \ldots + 99$
Произведение суммы чисел c и a и разности чисел b и d	$(c + a)(b - d)$
Квадрат суммы чисел a и b	$(a + b)^2$
Разность кубов чисел m и n	$m^3 - n^3$

Умение грамотно использовать математический язык в речи поможет учащимся в дальнейшем при решении текстовых задач, изучении формул сокращенного умножения, многочленов и практически всех разделов курса математики.

Перевод на математический язык **предложения**: «Значение числового выражения… равно числу… (больше или меньше числа…)» осуществляется с помощью знаков равенства и неравенства, и обычно у пятиклассников не вызывает трудностей составление *высказывания* вида: «сумма чисел 15 и 5 равна 50». Однако для подготовки последующего шага – знакомства с **высказываниями** – учителю целесообразно вести работу параллельно в двух направлениях:

- для понимания структуры высказывания хорошо задавать уточняющие вопросы: о чём идёт речь (о сумме двух чисел); что нового мы узнали об этом предмете (нашли значение суммы);

- для выделения высказываний из множества всех предложений проводится подготовительная работа по установлению истинности привычных высказываний, например, нахождение примеров, решённых правильно или неправильно, с последующей констатацией: «это утверждение верно / неверно».

Таким образом дети постепенно приходят к мысли о том, что каждая решённая ими математическая задача в конечном счёте представляет собой некоторое математическое высказывание, относительно которого учитель или учительница дают своё заключение: это верно, либо это – неверно. Вторая мысль – о том, что здесь «верно» означает не «*верю*», а «можно *верифицировать*, то есть проверить или доказать».

Из учебника дети узнают о том, что разбор математических предложений, в отличие от предложений русского языка, обычно проводят по упрощённой схеме – математики не принимают во внимание *несущественные* признаки предметов, а ограничиваются выделением некоторого *предмета* и того, что о нём *сообщается*. Например, о сумме чисел 1 + 2 *можно* сообщить, что она: равна трём, равна четырём, больше нуля, меньше нуля, делится на 3, не делится на 3, является простым числом и прочее, и прочее. При этом некоторые полученные утверждения *окажутся* истинными, а другие – ложными. Так у детей накапливается опыт анализа структуры высказывания – выделения *предмета* размышления (**темы**) и *результата* мыслительной деятельности (**ремы**) – и установления его истинности. Вместе с тем у них формируется запас примеров предложений, не являющихся высказываниями. Например, в предложениях

- «Найди значение числового выражения»;
- «Сколько советов дал первый брат?»
- «Если в числовом выражении провести указанные в нём действия, то получится некоторое число, которое называется **значением выражения**»

содержится *тема* (в первом – числовое выражение; во втором – советы, которые дал первый брат; в третьем – о договорённости называть значением числового выражения число, полученное в результате выполнения всех действий в этом выражении), но не содержится *рема* (то есть ничего дополнительно не сообщается ни о числовом выражении в первом, ни о советах во втором, ни об имеющейся договорённости в третьем случае), так что не имеет смысла обсуждать их истинность. Таким образом, учащиеся осознают, что в выражениях есть тема, но нет ремы, поэтому они не могут быть истинными или ложными, в отличие от уравнений и неравенств, где имеется и тема, и рема.

Далее в рассмотрение вводятся полные математические предложения с переменными, усложняется структура математических предложений за счёт использования логических связок, и постепенно дети готовятся к «пониманию математики» – осознанному восприятию аксиом, определений, теорем и математических теорий в целом.

Математическое моделирование

Одним из ключевых видов математической деятельности, обучение которой определено как ведущая цель математического образования (ФГОС), является **математическое моделирование.**

Математическое моделирование как важнейшее средство познания природы и проектирования разнообразных систем включает в себя три этапа: 1) построение модели; 2) работу с моделью; 3) практический вывод из модели и его анализ.

Очевидно, что при изучении математики в школе учащиеся должны не только проходить все эти этапы, но и осознать их в явном виде, а затем систематически применять на практике.

Тем не менее в школе, как правило, обучение начинается сразу со второго этапа. Математические модели (понятия, различные виды уравнений и неравенств и пр.) вводятся в готовом виде: учитель рассказывает о них учащимся для того, чтобы те их поняли, запомнили и научились применять.

Однако в нашу цифровую эпоху, когда существуют поисковые системы и программы, способные по тексту любой школьной задачи выдать ее готовое решение (например, программа PhotoMath), большинство учащихся не видят смысла в таком усвоении. Не случайно проблема мотивации школьников выделяется как наиболее значимая в «Концепции развития математического образования в Российской Федерации».

В курсе математики «Учусь учиться» прохождение первого этапа математического моделирования обеспечивается, начиная с самых первых лет обучения на основе авторской технологии деятельностного метода [3; с. 28–57], предусматривающей самостоятельное построение учащимися под руководством учителя любой вводимой математической модели.

В 5–6 классах на основе накопленного опыта этапы математического моделирования фиксируются в явном виде, при этом особое внимание уделяется именно первому этапу построения математической модели. Детям предлагается проводить перевод ситуаций, описанных в задачах, на математический язык на *расширенном* поле математических объектов, которые возникают не только при их непосредственном изучении, но также и задолго до своего места в учебном плане.

Такой подход направлен на снятие страха и неуверенности учащихся при работе с нестандартными текстами задач, формированию у них умения выделять существенное, устанавливать взаимосвязи между объектами и явлениями, «перевести» *любой* предлагаемый текст задачи на язык схем, выражений, уравнений, неравенств и их систем. Вместе с тем происходит опережающее накопление опыта решения определённого класса задач для последующего их переосмысления, выявление таких *эффектов*, из-за которых уже известные методы перестают работать и заменяются новыми, более совершенными, формирование у учащихся потребности в поиске общих способов решения новых типов задач.

Например, изучение квадратных уравнений с одной переменной не входит в программу 5–6 классов. Однако многочлены второй степени, если называть математические конструкции своими терминами, сопровождают математическое развитие детей с первой страницы учебника для 5-го класса. «Облик» уравнения второй степени с одной переменной возникает в результате перевода на математический язык текста нестандартной для учащихся задачи на использование уже известной им формулы площади прямоугольника [5, с. 24]:

Одна сторона прямоугольного участка земли на 3 м больше другой его стороны. Площадь участка равна 70 м^2. Найти размеры этого участка.

На предыдущих этапах обучения при решении подобных задач учащимся всегда была известна одна из сторон. Здесь – новый для них шаг: они должны догадаться, что для построения математической модели достаточно одну из сторон (лучше меньшую) обозначить за *x*, и тогда по формуле площади прямоугольника мы приходим к модели:

$$x\,(x + 3) = 70.$$

С высоты учительского образования видно, что свободный член соответствующего квадратного трёхчлена отрицательный, то есть его корни имеют разные знаки, а значит, для пятиклассников взятое уравнение имеет не более одного корня. В данном случае – один корень, который несложно подобрать: $x = 7$. Поэтому на этапе работы с моделью появляется возможность познакомить учащихся с методом работы, который позволяет найти ответ даже в случае, когда модель представляет собой новый, ещё не изученный объект – а именно, **методом проб и ошибок.** Суть его заключается в том, что решение *подбирается* путём проб, а затем проводится *обоснование* того, что найдены все возможные решения и ни одно не пропущено. В данном случае учащиеся приходят к следующему *доказательному рассуждению*, объясняющему, почему в области положительных чисел равенство $x(x + 3) = 70$ верно только для одного числа $x = 7$: «если значение x больше 7, то $x + 3$ будет больше 10, и тогда произведение $x(x + 3)$ окажется больше 70. Аналогично, если значение x меньше 7, то произведение $x(x + 3)$ меньше 70» [там же, с. 42].

Затем учащиеся знакомятся со случаями, когда для упрощения работы с математическими моделями удобно ввести не одну, а несколько переменных и получить **систему двух уравнений с двумя переменными** [там же, с. 46], а затем со случаями, когда при работе с математическими моделями метода проб и ошибок оказывается недостаточно, и учащиеся приходят к **методу полного перебора**. Например, угаданное решение $x = 7$, $y = 3$, при котором выполняется равенство $10x + y = xy + 52$, не является единственным, и полный перебор возможностей помогает найти ещё одно решение: $x = 8$, $y = 4$ [там же, с. 47].

Привычка к тщательной работе с текстом, использованию метода полного перебора является своего рода защитой от верхоглядства, которое, к сожалению, нередко проявляется у детей, что приводит их к обидным ошибкам и потере интереса к математике. Но главное, что приобретя в свой арсенал методы работы с моделями в ситуации, когда способы работы не известны, при решении любой задачи они больше не могут сказать «мы этого не проходили». А сравнивая эти новые методы с методами решения по известному алгоритму, учащиеся вполне могут оценить разницу трудозатрат, что является для них мощным «мотиватором» к изучению любого нового математического знания.

Исторический контекст

Методический подход, выбранный в УМК «Учусь учиться» при знакомстве школьников с историей математики, поддерживает новацию действующих образовательных стандартов (ФГОС), касающуюся разделения учебного процесса на так называемые урочную и внеурочную деятельность. При этом отнесение к урочной деятельности кратких сведений справочного характера может служить своего рода программой организации внеурочной работы: как воспитательных мероприятий (бесед и инсценировок по следам историко-математических событий), так и математических кружков и соревнований, развивающих кругозор учащихся и открывающих простор для их творческой активности.

Рассмотрим, например, как в учебнике для 5 класса представлена задача, носящая название «задачи Пуассона» [там же, с. 35]:

141. Задача, которую в юности решил знаменитый французский физик и математик Симеон-Дени Пуассон (1781–1840 гг.).

Некто имеет 12 пинт мёда и хочет отлить из этого количества половину, но у него нет сосуда вместимостью в 6 пинт. У него имеется 2 сосуда: один вместимостью в 8 пинт, а другой вместимостью в 5 пинт. Каким образом налить 6 пинт меда в сосуд на 8 пинт?

В этом месте школьного курса математики это – задача на смекалку. Её назначение – показать, что, решая сложные математические задачи, можно открыть в себе призвание, что, собственно, и произошло с великим математиком Пуассоном, а в такой постановке содержится даже некоторый вызов: «А вы сумеете решить эту задачу?»

С точки зрения математического содержания эта задача многоплановая. Разумеется, для пятиклассников в качестве способа рассуждения используется «смекалка», а в качестве математической модели – таблицы (см. табл. 1).

Решение 1

12	12	4	4	9	9	1	1	6
8	0	8	3	3	0	8	6	6
5	0	0	5	0	3	3	5	0

Решение 2

12	12	7	0	0	8	8	3	3	11	11	6	6
8	0	0	7	8	0	4	4	8	0	1	1	6
5	0	5	5	4	4	0	5	1	1	0	5	0

Однако, как показывает опыт, пятиклассникам интересно и доступно решение с использованием графов, описанное в книге *Перельман Я.И.* «Занимательная геометрия». Его преимущество перед «смекалкой» очевидно – это своеобразная счётная машина, с помощью которой можно решить *все* задачи на переливание.

Еще один возможный вариант математической интерпретации задачи Пуассона – нахождение числовых значений для переменных x и y, чтобы значение выражения $8x + 5y$ оказалось равно числу 6, что в переводе на язык формул означает уравнение с двумя неизвестными:

$$8x + 5y = 6,$$

где $x, y \in \mathbf{Z}$.

Это уравнение имеет бесконечно много решений (соответствующих способам переливаний), которые описываются формулами вида:

$$x = 2 - 5k,\ y = -2 + 8k\ (k,\ m \in \mathbf{Z}).$$

С теоретическими подробностями такого решения задач на переливание можно ознакомиться, например, в книге [7; с. 57]. Кстати, эта математическая модель позволяет тиражировать задачи, чтобы обеспечить запросы детей, если они захотят сделать «вторую попытку». Далее, в развитие этого сюжета можно выйти на красивые математические теории, связанные с теорией чисел (алгоритм Евклида, диофантовы уравнения), и это материал для работы с теми детьми, которых, как говорится, «зацепила» красота математики.

Что касается заданий исследовательского характера, то детям предлагается, как вариант, выполнение информационного проекта [6; с. 173].

778. *Подготовьте информационный проект (презентацию, ролик, задачник и др.) по одной из следующих тем: «Возникновение математики как науки, этапы её развития»; «Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки»; «Математика в развитии России». Вы можете подготовить рассказ о каком-нибудь выдающемся математике: Н.И. Лобачевском, П.Л. Чебышеве, С.В. Ковалевской, А.Н. Колмогорове, или изучить другую интересную вам тему из истории математики*[2].

Это, однако, не означает, что проект делается «в последний день». Если учитель спланирует соответствующую работу, используя потенциал внеурочной деятельности, то к моменту, когда дети получат это задание, работа над проектом может подходить к завершению. За исходными материалами, как и указано в задании, можно обратиться по указанной в задании ссылке в раздел «Дополнительные материалы к учебнику 6 класса / Архив материалов по истории математики». Там представлены следующие темы: Появление цифр, букв, иероглифов на Ближнем Востоке: Рождение шестидесятеричной системы счисления; Появление десятичной записи чисел; Рождение и развитие арифметики натуральных чисел; НОД, НОК, простые числа; Решето Эратосфена; Появление нуля; Появление отрицательных чисел в математике древности; Роль Диофанта; Почему $(-1) \cdot (-1) = +1$?; Дроби в древнем Вавилоне; Дроби в Древнем Египте; Дроби в Древнем Риме; Открытие десятичных дробей; Десятичные дроби и метрическая система мер; Старинные системы мер.

Однако следует учесть, что это не готовые доклады, а только примерное содержание и список литературы, на которые в случае необходимости учитель может ориентировать учащихся. Для выполнения собственного историко-математического *исследования* дети должны познакомиться с правилами *реферирования* и *цитирования*, так что в качестве *мини-исследования* может быть предложена работа по *структурированию* исходных текстов – составлению плана рукописи, выделению тезисов и подтверждению ссылками на книги или интернет-ресурсы. По желанию учащихся можно создать специальную страничку на сайте школы, где по каждой теме готовить текстовые или мультимедийные проекты, проводить историко-математические конкурсы и пр., что станет для учащихся индивидуальным личностно значимым событием.

Общекультурный контекст

В плане культурного развития в учебники для 5–6 классов включены разнообразные ребусы и задания для мини-состязаний и викторин. Детям предлагается, например, выяснить самостоятельно, кто придумал эту игру и как образовано её название (информацию можно найти, например, по ссылке в Википедии (https://ru.wikipedia.org/wiki/Викторина). Отвечая на вопросы викторин из учебника математики, дети узнают интересные факты, знакомятся с героями литературных произведений и прочее, и прочее.

Например, в задании 713 из учебника для 5 класса, часть 1, выбрав из заданного множества чисел неправильные дроби, упорядочив их по возрастанию и сопоставив с буквами, дети получают имя божества, оказывавшего помощь Одиссею во время его путешествия.

Применение викторин оправдано тем, что соревновательный дух заставляет детей выполнять задания в быстром темпе, так что при регулярном использовании этого приёма работы отрабатывается беглость важнейших навыков без принуждения со стороны учителя.

Контроль результатов обучения

Методическое обеспечение курса включает контроль знаний, но, как любое традиционное пособие, оно составлено на основе экспертной оценки и рассчитано на *усреднённого* ученика, так что заданный темп для кого-то может оказаться слиш-

[2] Дополнительные материалы по истории математики вы найдёте по адресу http://metodist.lbz.ru/authors/matematika/6.

ком высоким, а для кого-то недостаточным. Благодаря использованию в УМК «Учусь учиться» системы дидактических принципов деятельностного метода [6; с. 35], учебники являются разноуровневыми, позволяя учащимся продвигаться вперёд по индивидуальной образовательной траектории. В связи с этим следует остановиться на вопросах *подгонки* системы контроля знаний под особенности учащихся.

Прежде всего важно различать «проверяемые» и «пропедевтические» умения: как было упомянуто выше, каждое математическое понятие проходит определённую последовательность перевоплощений – от контекстного понимания смысла слова до беглого применения в новой ситуации. Для ориентира в учебники включена рубрика «Задачи для самопроверки» с прототипами заданий для контрольных работ, завершающих каждый параграф, за исключением тех, которые на данной ступени обучения носит пропедевтический характер. С помощью этой рубрики дети самостоятельно могут оценить свои успехи, а учитель – регулировать наполнение контрольной работы с учётом возможностей детей в конкретном классе.

Как правило, задание начинает включаться в контрольные работы, когда *расчётная* успешность его выполнения составляет примерно 70%, так как более ранняя проверка сопряжена с большим количеством огорчений, а более поздняя – с замедленным темпом продвижения и потерей «эффекта новизны», необходимого для поддержания познавательного интереса в области изучаемой науки. На этот показатель и надо ориентироваться при выстраивании очереди контрольных работ.

Поскольку каждая рубрика «Задачи для самопроверки» включает как текущий материал, так и задачи на повторение, то имеется возможность устанавливать несколько *сниженный* индивидуальный темп обучения для отдельных учеников или для целого класса, включая в контрольные работы только тот материал, который усвоен в достаточной мере, и продолжая отработку остального в штатном режиме, с тем, чтобы к концу года все дети смогли выйти на уровень требований ФГОС.

Повышенные потребности в математической деятельности могут быть обеспечены за счёт решения многочисленных более сложных задач и задач на смекалку, которые выделены в тексте учебников специальными значками и также могут быть включены в содержание контрольных работ и в систему олимпиадной подготовки.

Литература

1. https://www.sch2000.ru/about/achievement/.

2. *Миракова Т.Н.* Школьная математики и логическое развитие учащихся: проблемы и решения / В сб. «Школа 2000...» Концепции. Программы. Технологии. Под. ред. А.А. Леонтьева. – М.: Баласс, 1998. 112 с.

3. *Дорофеев Г.В.* Математика для каждого. Предисловие Кудрявцева Л.Д. – М.: Аякс, 1999. 292 с.

4. *Петерсон Л.Г.* Деятельностный метод обучения: образовательная система «Школа 2000...» / [Л.Г. Петерсон, Л.А. Аверкиева, Л.А. Грушевская, М.А. Кубышева и др.]. М.: АПК и ППРО, УМЦ «Школа 2000...», 2007. 448 с.

5. *Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.* Математика: 5 класс: В 2 ч. Ч. 1. – М.: Ювента, 2018. 176 с.

6. *Шуберт Г.* Математические развлечения и игры. Одесса: Mathesis,1911. XIV+358 с. [Электронный документ]. Режим доступа: http://www.mathesis.ru/book/shubert. Дата обращения: 26.04.2019.

7. *Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.* Математика: 6 класс: В 3 ч. Ч. 3. – М.: Ювента, 2018. 176 с.